به نام خداوند بخشایشگر مهربان

جزوه درس آمار ۱

رشته‌های مدیریت و حسابداری

مقطع کارشناسی

مدرس:

نعیمه احمدی

۱. مقدمه

امروزه در علوم مهندسی، پایه و مدیریت به دفعات نیازمند جمع‌آوری داده در مورد اشیا یا انسان‌ها و تصمیم‌گیری در مورد آن‌ها هستیم. این امر به عهده علم آمار است. با استفاده از علم آمار می‌توان داده‌های جمع‌آوری شده را به صورت منظم گردآوری نمود به طوری که بتوان با یک نگاه اجمالی به نتایج بدست آمده، یک دید کلی نسبت به کل داده‌ها بدست آورد. در واقع علم آمار، مسئله تصمیم‌گیری را بر اساس داده‌های مشاهده شده در شرایط عدم قطعیت مورد بررسی قرار می‌دهد.

۲. تعاریف اولیه

جامعه آماری: مجموعه کامل اشیا یا افرادی که حداقل یک ویژگی مشترک آن‌ها مورد مطالعه قرار می‌گیرد و با توجه به داده‌های حاصل شده، تصمیم‌گیری می‌شود.

متغیر: ویژگی‌های مشترک یک جامعه از عضوی به عضو دیگر تغییر می‌کند. از این رو آن‌ها را متغیر می‌نامیم.

انواع متغیر:

- متغیر کیفی: متغیرهایی که توسط اعداد و ارقام قابل اندازه‌گیری نیستند. مانند: رنگ چشم، گروه خونی، شغل و ...
- متغیر کمی: متغیرهایی که قابل اندازه‌گیری هستند و می‌توان آن‌ها را در قالب اعداد نمایش داد. مانند وزن، قد، سن و ...

متغیرهای کمی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

  - متغیر کمی گسسته: متغیرهایی که بین دو مقدار متصور آن‌ها هیچ عدد دیگری وجود ندارد. مانند تعداد افراد حاضر در یک کلاس. مقدار این متغیر می‌تواند اعداد ۰، ۱، ۲، ۳ و ... باشد. ولی مقدار آن نمیتواند بین این اعداد (مثلا ۱/۵) باشد.

- متغیر کمی پیوسته: متغیرهایی که بین دو مقدار متصور آن‌ها همواره عدد دیگری وجود دارد. مانند قد افراد حاضر در یک کلاس. مقدار این متغیر می‌تواند اعدادی مانند ۱۷۰، ۱۷۱، ۱۷۲ و ... یا هر مقداری بین این اعداد مانند ۱۷۱/۳، ۱۷۲/۶ و ... باشد.

نمونه: در اکثر مواقع به دلیل نیاز به زمان یا هزینه خیلی زیاد و یا غیر ممکن بودن دسترسی به بخشی از داده‌های یک جامعه آماری، امکان گردآوری اطلاعات مربوط به یک متغیر در کل جامعه وجود ندارد. لذا زیرمجموعه‌ای از جامعه مورد نظر مورد که گردآوری اطلاعات آن امکان‌پذیر است مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد. به این زیرمجموعه از جامعه، نمونه گفته می‌شود. نمونه باید حتما به صورت تصادفی انتخاب شود.

اندازه جامعه: تعداد اعضای یک جامعه آماری که معمولا با N نمایش داده می‌شود. اندازه جامعه یک مقدار مشخص دارد و تعیین آن به عهده متخصصین علم آمار نیست.

اندازه نمونه: تعداد اعضای نمونه که معمولا با n نمایش داده می‌شود. اندازه نمونه توسط متخصصین علم آمار تعیین می‌شود. هرچه اندازه نمونه افزایش یابد، دقت تصمیم‌گیری افزایش و خطا کاهش می‌یابد. اما از سوی دیگر نیاز به زمان و هزینه نیز افزایش می‌یابد. بنابراین متخصصین علم آمار باید در تصمیم‌گیری‌های خود به تعادلی بین اندازه نمونه و خطا برسند.

انواع آمار:

- آمار توصیفی: در آمار توصیفی کل جامعه آماری مورد بررسی قرار می‌گیرد. مانند سرشماری
- آمار استنباطی: در آمار استباطی به دلیل عدم امکان دسترسی به کل جامعه، از اعضای جامعه به صورت تصادفی نمونه‌گیری می‌شود.

۳. جدول آماری

پس از جمع‌آوری داده‌ها، لازم است مقادیر بدست آمده را تنظیم و طبقه‌بندی نماییم تا عملیات پردازش آن‌ها و تصمیم‌گیری بر مبنای آن میسر شود. برای این کار ابتدا از جدول آماری استفاده می‌شود، سپس با استفاده از جدول آماری، نمودارهای

آماری برای نمایش چگونگی پراکندگی داده‌ها به کار گرفته می‌شود و در نهایت داده‌ها با کمک چند عدد به نام شاخص‌های آماری یا آماره خلاصه می‌شوند.

در این درس برای درک بهتر، موضوعات مورد نظر را در قالب مثال بررسی می‌کنیم. مثال ۱ جدول فراوانی را برای یک متغیر گسسته و مثال ۲ جدول فراوانی را برای یک متغیر پیوسته نشان می‌دهد.

مثال ۱:

داده‌های مربوط به تعداد فرزندان ۳۰ نفر از کارکنان یک شرکت به شرح زیر است. جدول فراوانی را برای آن رسم نمایید.

۳	۱	۰	۵	۲	۳	۲	۱	۲	۱
۲	۴	۲	۱	۱	۳	۴	۲	۱	۰
۱	۲	۰	۲	۳	۲	۳	۰	۴	۲

متغیر (X_i)	فراوانی (f_i)	فراوانی نسبی (r_i)	فراوانی تجمعی (g_i)	فراوانی تجمعی نسبی (s_i)
۰	۴	۰/۱۳	۴	۰/۱۳
۱	۷	۰/۲۳	۱۱	۰/۳۶
۲	۱۰	۰/۳۳	۲۱	۰/۷۰
۳	۵	۰/۱۶	۲۶	۰/۸۶
۴	۳	۰/۱۰	۲۹	۰/۹۶
۵	۱	۰/۰۳	۳۰	۱/۰۰

- ستون اول: متغیر

در ستون اول، مقادیر داده‌ها را به ترتیب و به صورت صعودی وارد می‌کنیم. به صورتی که اولین ردیف در این ستون به کوچکترین داده و آخرین ردیف در این ستون به بزرگترین داده تعلق می‌گیرد. در این مثال کوچکترین داده برابر ۰ و بزرگترین داده برابر ۵ است.

- ستون دوم: فراوانی

فراوانی هر داده با شمارش تعداد آن داده در جدول داده‌های اولیه بدست می‌آید. برای مثال با توجه به جدول داده‌های اولیه مشاهده می‌شود که ۴ نفر از کارکنان دارای فرزند نیستند. بنابراین فراوانی داده ۰، برابر ۴ است. همچنین مشاهده می‌شود که ۷ نفر از کارکنان دارای ۱ فرزند هستند. بنابراین فراوانی داده ۱، برابر ۷ است.

- ستون سوم: فراوانی نسبی

فراوانی نسبی هر داده از تقسیم فراوانی آن داده به تعداد کل داده‌ها حاصل می‌شود:

$$r_i = \frac{f_i}{N}$$

لازم به ذکر است که در صورتی که داده‌ها مربوط به کل جامعه آماری باشد، در مخرج کسر N و در صورتی که داده‌ها مربوط به یک نمونه‌گیری باشد در مخرج کسر n قرار می‌گیرد.

در این مثال تعداد کل داده‌ها برابر با ۳۰ است، بنابراین:

فراوانی نسبی داده ۰ برابر است با: $\frac{۴}{۳۰} = ۰/۱۳$

فراوانی نسبی داده ۱ برابر است با: $\frac{۷}{۳۰} = ۰/۲۳$

مفهوم این موضوع چنین است: ۲۳ درصد از کارکنان این شرکت دارای ۱ فرزند هستند.

- ✓ نکته: مجموع مقادیر ستون فراوانی نسبی باید برابر با ۱ باشد.

در این مثال: ۰/۱۳ + ۰/۲۳ + ۰/۳۳ + ۰/۱۶ + ۰/۱۰ + ۰/۰۳ = ۰/۹۸

به دلیل گرد کردن اعداد تا دو رقم اعشار، جمع مقادیر برابر ۰/۹۸ شده است. در صورتی که اعداد را بدون گرد کردن وارد جدول کنیم، مشاده می‌شود که جمع مقادیر برابر با ۱ خواهد شد.

- ستون چهارم: فراوانی تجمعی

فراوانی تجمعی هر داده از مجموع فراوانی آن داده با فراوانی داده‌های قبل از آن حاصل می‌شود. در ردیف اول جدول، به دلیل عدم وجود داده قبلی، فراوانی تجمعی با فراوانی برابر است.

در این مثال فراوانی تجمعی داده ۰ برابر است با ۴.

فراوانی تجمعی داده ۱ برابر است با: ۱۱=۷+۴

مفهوم این موضوع چنین است: ۱۱ نفر از کارکنان این شرکت یا ۱ فرزند و یا کمتر از ۱ فرزند دارند. به عبارت دیگر، ۱۱ نفر از کارکنان این شرکت دارای حداکثر ۱ فرزند هستند.

- ستون پنجم: فراوانی تجمعی نسبی

فراوانی تجمعی نسبی هر داده از تقسیم فراوانی تجمعی آن داده به تعداد کل داده‌ها حاصل می‌شود:

$$s_i = \frac{g_i}{N}$$

در این مثال:

فراوانی تجمعی نسبی داده ۰ برابر است با: $\frac{۴}{۳۰} = ۰/۱۳$

فراوانی تجمعی نسبی داده ۱ برابر است با: $\frac{۱۱}{۳۰} = ۰/۳۶$

مفهوم این موضوع چنین است: ۳۶ درصد از کارکنان این شرکت ۱ فرزند یا کمتر از ۱ فرزند دارند. به عبارت دیگر، ۳۶ درصد از کارکنان این شرکت دارای حداکثر ۱ فرزند هستند.

✓ نکته: مقدار آخرین ردیف در ستون فراوانی تجمعی نسبی باید برابر با ۱ باشد.

➢ مثال ۲:

داده‌های مربوط به قد ۳۰ نفر از دانشجویان یک دانشگاه به شرح زیر است. جدول فراوانی را برای آن با فاصله رده‌ای ۵ و شروع از ۱۵۰ رسم نمایید.

۱۶۳	۱۶۷	۱۶۶	۱۷۱	۱۵۶	۱۷۱	۱۷۱	۱۵۴	۱۶۴	۱۶۹
۱۶۹	۱۶۵	۱۷۱	۱۶۷	۱۷۳	۱۷۴	۱۶۸	۱۶۲	۱۶۶	۱۷۲
۱۵۸	۱۷۲	۱۶۷	۱۷۹	۱۶۳	۱۷۰	۱۷۷	۱۷۵	۱۷۰	۱۵۸

فاصله رده‌ای	فراوانی (f_i)	فراوانی نسبی (r_i)	فراوانی تجمعی (g_i)	فراوانی تجمعی نسبی (s_i)
۱۵۱−۱۵۵	۱	۰/۰۳	۱	۰/۰۳
۱۵۶−۱۶۰	۳	۰/۱۰	۴	۰/۱۳
۱۶۱−۱۶۵	۶	۰/۲۰	۱۰	۰/۳۳
۱۶۶−۱۷۰	۱۰	۰/۳۳	۲۰	۰/۶۶
۱۷۱−۱۷۵	۸	۰/۲۶	۲۸	۰/۹۳
۱۷۶−۱۸۰	۲	۰/۰۶	۳۰	۱/۰۰

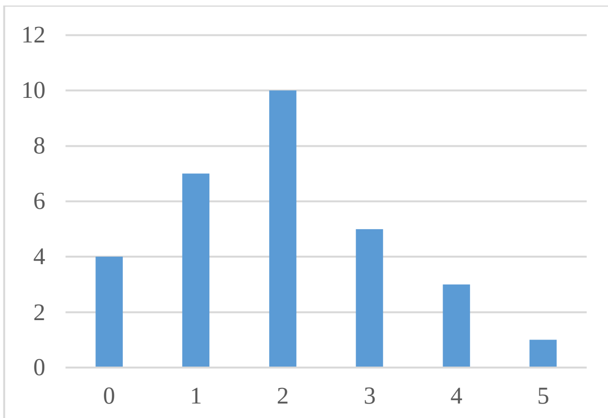
تنها تفاوت جدول آماری متغیرهای پیوسته با جدول آماری متغیرهای گسسته در ستون اول است. مقادیر سایر ستون‌ها مشابه حالت قبل محاسبه می‌شود.

برای تکمیل ستون اول جدول باید به جای مقادیر متغیر، فاصله رده‌ای را وارد کنیم. در این مثال از عدد ۱۵۰ شروع می‌کنیم و بازه‌هایی به طول ۵ ایجاد می‌کنیم. فواصل رده‌ای را می‌توان به دو صورت نوشت. برای مثال برای بازه اول می‌توانیم بنویسیم ۱۵۵−۱۵۱ یا [۱۵۰,۱۵۵). هر دو عبارت نشان می‌دهد که عدد ۱۵۰ عضو بازه نمی‌باشد ولی عدد ۱۵۵ عضو بازه است. حال مقدار فراوانی را برای هر بازه بدست می‌آوریم.

۴. نمودارهای آماری

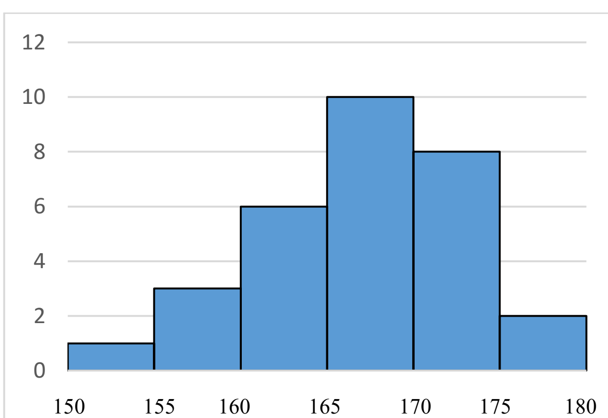
۴-۱- نمودار میله‌ای

این نمودار برای متغیرهای گسسته کاربرد دارد که در آن محور افقی نمایش دهنده مقادیر داده‌ها و محور عمودی نمایش‌دهنده فراوانی است. شکل زیر نمودار میله‌ای مثال ۱ را نشان می‌دهد.



۴-۲- نمودار ستونی یا هیستوگرام

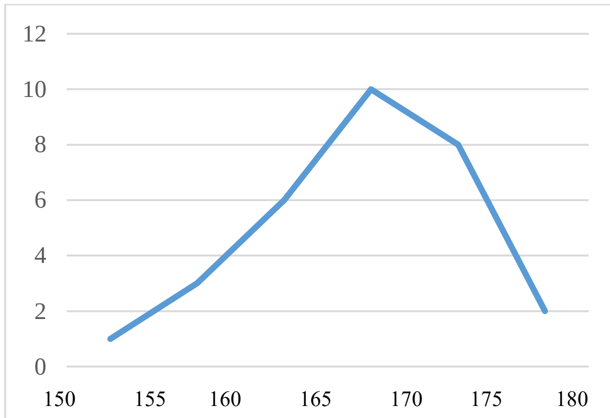
این نمودار برای متغیرهای پیوسته کاربرد دارد که در آن محور افقی نمایش دهنده فاصله رده‌ای و محور عمودی نمایش‌دهنده فراوانی است. شکل زیر نمودار ستونی مثال ۲ را نشان می‌دهد.



۴-۳- نمودار خط هیستوگرام

اگر در نمودار ستونی، وسط قاعده‌های بالای مستطیل‌ها را به یکدیگر وصل نماییم، نمودار خط هیستوگرام بدست می‌آید.

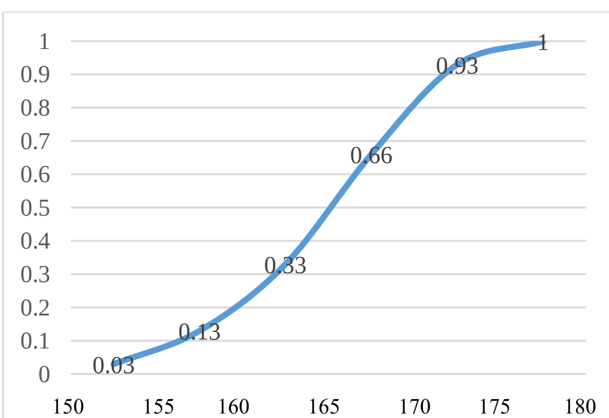
نمودار خط هیستوگرام برای مثال ۲ به شکل زیر است.

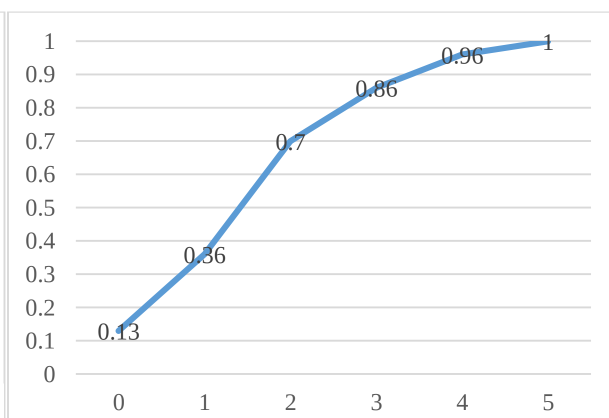


۴-۴- نمودار تابع فراوانی تجمعی نسبی

این نمودار هم برای توابع گسسته و هم برای توابع پیوسته کاربرد دارد. در این نمودار، محور افقی نمایش دهنده داده‌ها یا فاصله رده‌ای و محور عمودی نمایش‌دهنده فراوانی تجمعی نسبی است.

شکل‌های زیر نمودار تابع فراوانی تجمعی نسبی را برای مثال‌ها ۱ و ۲ نشان می‌دهند.

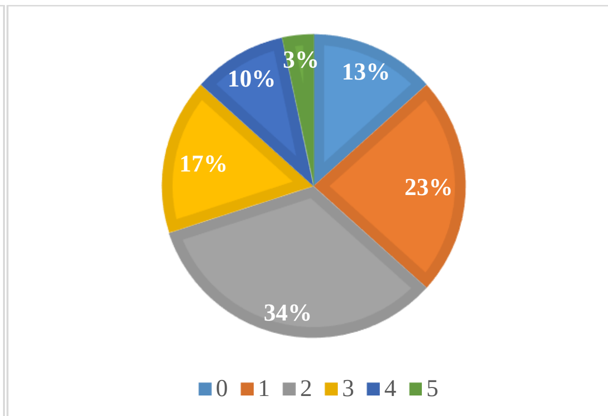


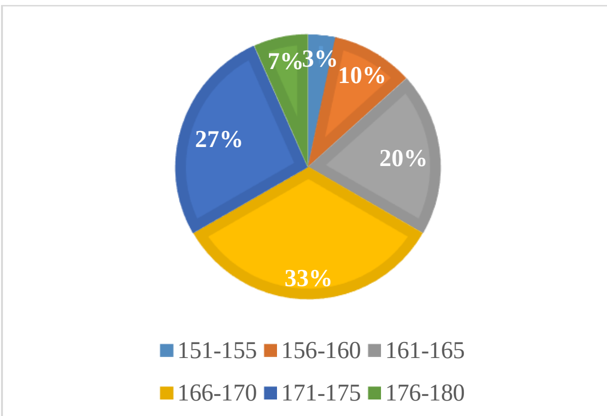


۵-۴- نمودار دایره‌ای

نمودار دایره‌ای هم برای توابع گسسته و هم برای توابع پیوسته کاربرد دارد. این نمودار درون دایره‌ای ترسیم می‌شود که به چندین قسمت تقسیم شده است. مساحت هر قسمت در توابع گسسته نشان دهنده فراوانی نسبی داده‌ها و در توابع پیوسته نشان دهنده فراوانی نسبی فاصله‌ها رده‌ای است.

شکل‌های زیر نمودار دایره‌ای را برای مثال‌ها ۱ و ۲ نشان می‌دهند.





۵. شاخص‌های آماری

از آنجایی که با مطالعه یک جامعه آماری و یا نمونه‌گیری، تعداد زیادی داده بدست می‌آید و بررسی تک تک این داده‌ها دشوار یا گاهی غیرممکن است، همواره تمایل داریم این داده‌ها را به کمک شاخص‌ها یا پارامترها خلاصه کنیم تا بتوانیم با یک نگاه اجمالی به یک دید کلی در مورد داده‌ها برسیم. برای این منظور دو نوع شاخص وجود دارد: شاخص‌های گرایش مرکزی و شاخص‌های پراکندگی (تغییر). در ادامه به بررسی این شاخص‌ها می‌پردازیم.

۵-۱- شاخص‌های گرایش مرکزی:

شاخص‌های گرایش مرکزی به سه دسته تقسیم می‌شوند:

- میانگین: از تقسیم مجموع داده‌ها بر تعداد کل داده‌ها حاصل می‌شود. $\overline{x} = \frac{\sum_{i=1}^{N} x_i}{N}$

- میانه: برای محاسبه میانه، داده‌ها را به صورت صعودی مرتب می‌کنیم، در صورت فرد بودن تعداد داده‌ها، داده‌ای که در وسط قرار می‌گیرد میانه است و در صورت زوج بودن تعداد داده‌ها، میانگین دو داده وسط، میانه است.
- مد: داده‌ای که بیشترین فراوانی را دارد.

➢ مثال ۳:

شاخص‌های گرایش مرکزی را برای مثال ۱ محاسبه کنید.

میانگین:

$$\overline{x} = \frac{\sum_{i=۱}^{۳۰} x_i}{۳۰} = \frac{۳ + ۱ + ۰ + \cdots + ۴ + ۲}{۳۰} = ۱/۹۶$$

میانه:

۰ ۰ ۰ ۰ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۱ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۲ ۳ ۳ ۳ ۳ ۳ ۴ ۴ ۴ ۵

چون تعداد داده‌ها زوج است (N=۳۰) میانگین پانزدهمین و شانزدهمین عدد، مقدار میانه را حاصل می‌کند. $\frac{۲+۲}{۲} = ۲$

مد: با توجه به جدول فراوانی، داده ۲ با ۱۰ فراوانی، دارای بیشترین مقدار فراوانی است. بنابراین مد این داده‌ها ۲ است.

➢ تمرین ۱: شاخص‌های گرایش مرکزی را برای مثال ۲ محاسبه کنید.

۵-۲- شاخص‌های پراکندگی (تغییر):

شاخص‌های پراکندگی به دو دسته تقسیم می‌شوند:

- حوزه مقادیر داده‌ها: از اختلاف بزرگترین و کوچکترین داده حاصل می‌شود. $d = Max\ x_i - Min\ x_i$
- انحراف معیار: از ریشه دوم متوسط مربع انحراف از میانگین حاصل می‌شود. $s = \sqrt{\frac{\sum_{x=۱}^{N}(x_i-\overline{x})^۲}{N-۱}}$

➢ مثال ۴:

شاخص‌های پراکندگی را برای مثال ۱ محاسبه کنید.

حوزه مقادیر داده‌ها: $d = Max\ x_i - Min\ x_i = ۵ - ۰ = ۵$

انحراف معیار: $s = \sqrt{\frac{\sum_{x=۱}^{۳۰}(x_i-۱/۹۶)^۲}{۳۰-۱}} = \sqrt{\frac{(۳-۱/۹۶)^۲+(۱-۱/۹۶)^۲+\cdots+(۴-۱/۹۶)^۲+(۲-۱/۹۶)^۲}{۲۹}} = ۱/۲۹۹$

➢ تمرین ۲: شاخص‌های پراکندگی را برای مثال ۲ محاسبه کنید.

۶. متغیرهای تصادفی

۶-۱- فضای نمونه

در اغلب مسائل، تصمیمات باید بر اساس تجربه اتخاذ شود. گرچه نمی‌توان نتایج هر تجربه را به طور دقیق پیش‌بینی کرد، اما امکان مشخص کردن مجموعه نتایج ممکن وجود دارد. چنین مجموعه‌ای را فضای نمونه می‌نامند. فضای نمونه می‌تواند گسسته یا پیوسته باشد. تعداد اعضای فضای نمونه گسسته می‌تواند متناهی یا نامتناهی باشد ولی تعداد اعضای فضای نمونه پیوسته همواره نامتناهی است. فضای نمونه معمولا با S نمایش داده می‌شود.

➢ مثال ۵:

فضای نمونه در پرتاب یک تاس را مشخص نمایید. S={۱ , ۲ , ۳ , ۴ , ۵ , ۶}

➢ مثال ۶:

در صورتی که حداقل دمای یک شهر در تابستان ۱۵ درجه سانتیگراد و حداکثر دمای آن شهر در تابستان ۴۰ درجه سانتیگراد باشد، فضای نمونه دمای این شهر را مشخص نمایید. S=[۱۵ , ۴۰]

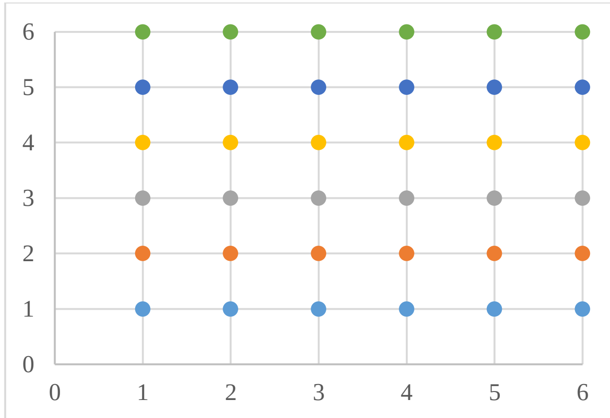
یعنی دمای این شهر می‌تواند ۱۵ درجه، ۴۰ درجه یا مقداری مابین این دو عدد باشد.

➢ مثال ۷:

فضای نمونه را در پرتاب دو تاس مشخص نمایید.

فضای نمونه در این مثال دارای ۳۶ عضو است: $|S| = ۶^۲ = ۳۶$

S={(۱ , ۱) , … , (۱ , ۶) , (۲ , ۱) , … , (۲ , ۶) , (۳ , ۱) , … , (۳ , ۶) , (۴ , ۱) , … , (۴ , ۶) , (۵ , ۱) , … , (۵ , ۶) , (۶ , ۱) , … , (۶ , ۶)}

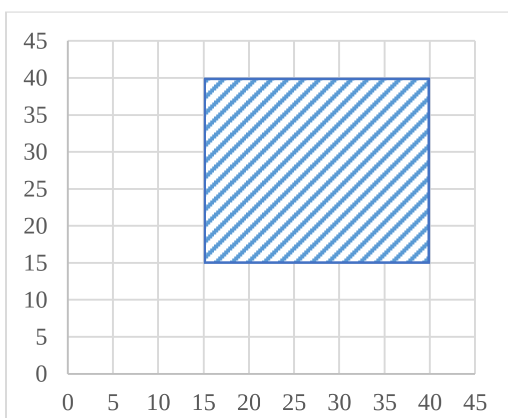


در نمودار فوق، محور افقی نشان دهنده نتایج تاس اول و محور عمودی نشان دهنده نتایج تاس دوم است و هر یک از نقاط مشخص شده در نمودار، نشان دهنده یکی از اعضای فضای نمونه است. برای مثال نقطه (۵ , ۴) یعنی تاس اول ۴ و تاس دوم ۵ بیاید.

➢ مثال ۸:

در صورتی که حداقل دمای یک شهر در تابستان ۱۵ درجه سانتیگراد و حداکثر دمای آن شهر در تابستان ۴۰ درجه سانتیگراد باشد، فضای نمونه دمای این شهر را در دو بار اندازه‌گیری مشخص نمایید.

S=$\{[x_۱ , x_۲]\}$ به طوری که $۱۵ \leq x_۱ \leq ۴۰$ و $۱۵ \leq x_۲ \leq ۴۰$



در نمودار فوق، محور افقی نشان دهنده نتایج اندازه‌گیری اول و محور عمودی نشان دهنده نتایج اندازه‌گیری دوم است و هر نقطه‌ای داخل فضای مشخص شده در نمودار، نشان دهنده یکی از اعضای فضای نمونه است. برای مثال نقطه (۲۳/۵ , ۱۸) یعنی در اندازه‌گیری اول، دمای شهر برابر ۱۸ درجه و در اندازه‌گیری دوم، دمای شهر برابر ۲۳/۵ درجه باشد.

۶-۲- پیشامد

پیشامد به معنی هر زیرمجموعه از مجموعه فضای نمونه است. پیشامد را با E نمایش می‌دهند.

- مثال ۹:

پیشامد آمدن عددی کمتر از ۴ در پرتاب یک تاس را بنویسید. E={۱ , ۲ , ۳ }

- مثال ۱۰:

در پرتاب دو تاس، پیشامدی که بر اساس آن حداقل یکی از تاس‌ها ۶ بیاید را بنویسید.

E={(۱ , ۶) , (۲ , ۶) , (۳ , ۶) , (۴ , ۶) , (۵ , ۶) , (۶ , ۶) , (۶ , ۱) , (۶ , ۲) , (۶ , ۳) , (۶ , ۴) , (۶ , ۵)}

- تمرین ۳:

شهر مذکور در مثال ۶ را در نظر بگیرید. پیشامدی که بر اساس آن در هربار اندازه‌گیری، دمای هوا بیش از ۲۵ درجه سانتیگراد باشد را بنویسید و نمودار آن را رسم نمایید.

➢ تمرین ۴:

در پرتاب دو تاس، پیشامدی که بر اساس آن هیچ‌یک از تاس‌ها عدد زوج نباشد را بنویسید.

۶-۳- متغیر تصادفی

متغیر تصادفی، قاعده‌ای است که به هر نقطه از فضای نمونه، یک مقدار عددی نسبت می‌دهد. به عبارت ریاضی، متغیر تصادفی X تابعی است که مقادیر عددی پذیرفته و به هر نقطه مانند w از فضای نمونه، عددی حقیقی مانند $X(w) = x$ نسبت می‌دهد.

➢ مثال ۱۱:

فرض کنید خریداری قصد دارد از یک شرکت یک بسته حاوی ۱۰۰ ترانزیستور خریداری نماید. خریدار و فروشنده توافق می‌کنند که به منظور بررسی کیفیت ترانزیستورها، دو ترانزیستور را به صورت تصادفی مورد آزمایش قرار دهند. در صورتی که متوسط عمر این دو ترانزیستور بیش از ۴۰۰ ساعت باشد، معامله انجام می‌شود. متغیر تصادفی را به زبان ریاضی بنویسید. آیا در صورتی که ترانزیستور اول ۳۶۰ ساعت و ترانزیستور دوم ۴۲۰ ساعت عمر کند، معامله انجام می‌شود؟

$$w=(x_۱ , x_۲) \quad , \quad w \in S \quad , \quad \overline{X}(w) = \frac{x_۱ + x_۲}{۲}$$

$$w=(۳۶۰ , ۴۲۰) \quad , \quad \overline{X}(w) = \frac{۳۶۰ + ۴۲۰}{۲} = ۳۹۰$$

چون ۳۹۰ >۴۰۰ ، معامله انجام نمی‌شود.

- تمرین ۵:

در یک بازی، بازیکن زمانی می‌تواند حرکت کند که مجموع دو تاس بیش از ۶ باشد. پیشامدها و مجموعه مقادیر قابل پذیرش توسط این متغیر تصادفی را بنویسید.

۷. تصمیم‌گیری

تصمیم‌گیری عضو جدایی ناپذیر در زندگی همه اشخاص است. همه ما در زندگی در شرایطی قرار می‌گیریم که نیاز است در مورد موضوعی تصمیم‌گیری نماییم. برای مثال تصمیم‌گیری در مورد اینکه بیشتر وقت خود را صرف مطالعه کدام درس نماییم تا بالاترین رتبه ممکن را در کنکور کسب کنیم؟ سهام کدام شرکت‌ها را خریدار کنیم تا بیشترین سود را کسب نماییم؟ حال اگر تمامی داده‌ها در دسترس و آینده نیز به طور کامل قابل پیش‌بینی باشد، تصمیم‌گیری بسیار آسان خواهد شد. ولی در اکثر مواقع چنین نیست و افراد مجبور هستند تصمیم‌های خود را بر اساس داده‌های در دسترس و پیش‌بینی غیرقطعی از آینده اتخاذ نمایند.

با توجه به شرایط موجود، انواع تصمیم‌گیری به سه دسته تقسیم می‌شود:

۱. تصمیم‌گیری در شرایط قطعیت
۲. تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت
۳. تصمیم‌گیری در شرایط ریسک

با توجه به اینکه در دنیای واقعی معمولا شرایط قطعیت رخ نمی‌دهد، در ادامه به بررسی دو مورد دیگر می‌پردازیم.

۷-۱- تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت

➢ مثال ۱۲:

شخصی می‌خواهد پول خود را سرمایه‌گذاری نماید. او پنج حق انتخاب دارد: خرید طلا، خرید ارز، سرمایه‌گذاری در بورس، افتتاح حساب پس‌انداز بانکی و سرمایه‌گذاری در بازار مسکن. وضعیت رشد اقتصادی کشور در سال آینده نسبت به امسال می‌تواند پنج حالت مختلف داشته باشد: افزایش زیاد، افزایش کم، بدون تغییر، کاهش کم، کاهش زیاد. البته مشخص نیست که در آینده کدام‌یک از موارد فوق رخ خواهد داد. جدول زیر نشان دهنده پیش‌بینی میزان سود این شخص در هریک از این شرایط اقتصادی است. انتخاب بهینه، سرمایه‌گذاری در کدام بخش است؟

سرمایه‌گذاری	افزایش زیاد	افزایش کم	بدون تغییر	کاهش کم	کاهش زیاد
طلا	-۱۰۰	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۰
ارز	۲۵۰	۲۰۰	۱۵۰	-۱۰۰	-۱۵۰
بورس	۵۰۰	۲۵۰	۱۰۰	-۲۰۰	-۶۰۰
بانک	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰
مسکن	۲۰۰	۱۵۰	۱۵۰	-۲۰۰	-۱۵۰

برای حل این مسئله، چهار روش وجود دارد. در تمامی این چهار روش ابتدا لازم است گزینه مغلوب از بین گزینه‌ها حذف شود. گزینه مغلوب گزینه‌ای است که نسبت به حداقل یکی دیگر از گزینه‌ها، همواره وضعیت یکسان یا بدتری دارد. در این مثال گزینه سرمایه‌گذاری در بازار مسکن توسط خرید ارز مغلوب می‌شود. بنابراین آن را حذف می‌کنیم.

۷-۱-۱- روش حداکثر کردن حداقل‌ها Maximin

این روش، شیوه تصمیم‌گیری افراد بدبین است که همیشه پیش‌بینی می‌کنند که بدترین اتفاق ممکن پیش خواهد آمد. در این روش برای هر تصمیم فرض می‌کنیم بدترین شرایط پیش خواهد آمد. سپس گزینه‌ای را انتخاب می‌کنیم که در بدترین شرایط حالت خود، از سایر گزینه‌ها بهتر باشد.

بدترین حالت	سرمایه‌گذاری
-۱۰۰	طلا
-۱۵۰	ارز
-۶۰۰	بورس
۶۰	بانک

۷-۱-۲- روش حداکثر کردن حداکثرها Maximax

این روش، شیوه تصمیم‌گیری افراد خوش‌بین است که همیشه پیش‌بینی می‌کنند که بهترین اتفاق ممکن پیش خواهد آمد. در این روش برای هر تصمیم فرض می‌کنیم بهترین شرایط پیش خواهد آمد. سپس گزینه‌ای را انتخاب می‌کنیم که در بهترین شرایط حالت خود، از سایر گزینه‌ها بهتر باشد.

بهترین حالت	سرمایه‌گذاری
۳۰۰	طلا
۲۵۰	ارز
۵۰۰	بورس
۶۰	بانک

۷-۱-۳- روش حداقل کردن حداکثر تاسف

در این روش ابتدا بهترین گزینه در هریک از شرایطی که ممکن است پیش آید را مشخص می‌کنیم. سپس میزان تاسف در صورت انتخاب هریک از گزینه‌ها را در تمام شرایط محاسبه می‌نماییم. (یعنی تفاوت بین بهترین گزینه و سایر گزینه‌ها در هریک از شرایط). پس از آن برای هریک از گزینه‌ها، بیشترین مقدار تاسف را مشخص می‌کنیم. در نهایت گزینه‌ای را انتخاب می‌کنیم که بیشترین تاسف آن از سایر گزینه‌ها کمتر است.

سرمایه‌گذاری	افزایش زیاد	افزایش کم	بدون تغییر	کاهش کم	کاهش زیاد
طلا	-۱۰۰	۱۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۰
ارز	۲۵۰	۲۰۰	۱۵۰	-۱۰۰	-۱۵۰
بورس	۵۰۰	۲۵۰	۱۰۰	-۲۰۰	-۶۰۰
بانک	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰	۶۰

سرمایه‌گذاری	افزایش زیاد	افزایش کم	بدون تغییر	کاهش کم	کاهش زیاد	بیشترین تاسف
طلا	۶۰۰	۱۵۰	۰	۰	۶۰	۶۰۰
ارز	۲۵۰	۵۰	۵۰	۴۰۰	۲۱۰	۴۰۰
بورس	۰	۰	۱۰۰	۵۰۰	۶۶۰	۶۶۰
بانک	۴۴۰	۱۹۰	۱۴۰	۲۴۰	۰	۴۴۰

۷-۱-۴- روش دلایل ناکافی

در این روش برای هر گزینه، مجموع نتایج را در همه شرایط محاسبه می‌کنیم. سپس گزنه‌ای را انتخاب می‌کنیم که مجموع نتایج آن از سایر گزینه‌ها بیشتر باشد.

سرمایه‌گذاری	بهترین حالت
طلا	۵۰۰
ارز	۳۵۰
بورس	۵۰
بانک	۳۰۰

۷-۲- تصمیم‌گیری در شرایط ریسک

در تصمیم‌گیری در شرایط ریسک، احتمال پیش آمدن هریک از شرایط در آینده مشخص است. بنابراین برای حل این مسئله، امید ریاضی همه گزینه‌ها را مشخص می‌کنیم. سپس گزینه‌ای که بیشترین امید ریاضی را دارد به عنوان گزینه بهینه انتخاب می‌شود.

➢ مثال ۱۳:

فرض کنید احتمال پیش آمدن هریک از شرایط در مثال قبل، مطابق جدول زیر است. تصمیم بهینه را مشخص نمایید.

کاهش زیاد	کاهش کم	بدون تغییر	افزایش کم	افزایش زیاد
۰/۱	۰/۱	۰/۳	۰/۳	۰/۲

امید ریاضی	$\sum(Probability) * (Payoff)$	سرمایه‌گذاری
۱۰۰	(۰)۰/۱ + (۳۰۰)۰/۱ + (۲۰۰)۰/۳ + (۱۰۰)۰/۳ + (۱۰۰−)۰/۲	طلا
۱۳۰	(۱۵۰−)۰/۱ + (۱۰۰−)۰/۱ + (۱۵۰)۰/۳ + (۲۰۰)۰/۳ + (۲۵۰)۰/۲	ارز
۱۲۵	(۶۰۰−)۰/۱ + (۲۰۰−)۰/۱ + (۱۰۰)۰/۳ + (۲۵۰)۰/۳ + (۵۰۰)۰/۲	بورس
۶۰	(۶۰)۰/۱ + (۶۰)۰/۱ + (۶۰)۰/۳ + (۶۰)۰/۳ + (۶۰)۰/۲	بانک